Klasse B12T5
2. Schulaufgabe aus der Mathematik
am 10.02.2012

Aufgabe 1

1.0 Gegeben sind die reellen Funktionen $f_a : x \mapsto \frac{x^2 - a^2}{2x+2}$; $a \in \mathbb{R}$; mit ihrer maximalen Definitionsmenge D_{max}. Der Graph einer solchen Funktion wird mit G_{fa} bezeichnet.

1.1 Untersuchen Sie die Art der Definitionslücke der Funktion f_a in Abhängigkeit von a. Geben Sie im Falle einer behebbaren Definitionslücke den Funktionsterm in möglichst einfacher Form an. [4]

1.2 Zeigen Sie, dass alle Graphen der Funktion f_a dieselben Asymptoten besitzen. [4]

1.3 Weisen Sie nach, dass für die Funktionsgleichung der ersten Ableitungsfunktion von f_a gilt:
$f_a'(x) = \frac{x^2 + 2x + a^2}{2(x+1)^2}$
Untersuchen Sie, ob es Werte für a gibt, so dass der Graph G_{fa} einen Terrassenpunkt besitzt. [6]

1.4.0 Ab nun sei a = 0. Der Graph wird mit G_f bezeichnet.

1.4.1 Ermitteln Sie für G_f nur mit Hilfe von f' Art und Koordinaten aller relativen Extrempunkte. [4]

1.4.2 Zeichnen Sie mit Hilfe der bisherigen Ergebnisse die Graphen der Asymptoten sowie G_f für $-5 \le x \le 5$ in das vorhandene Koordinatensystem. [5]

Aufgabe 2

Betrachtet werden nun die reellen Funktionen $f_{a,b} : x \mapsto \frac{x^2 - a^2}{x^2 - b^2}$; $a, b \in \mathbb{R}$ und $a \neq b$;
mit ihrer maximalen Definitionsmenge.
Einer der drei abgebildeten Graphen auf dem Beiblatt gehört zum Fall $0 < b < a$.
Geben Sie an, welcher das ist, und begründen Sie Ihre Antwort, indem Sie erklären, warum die beiden anderen Graphen nicht in Betracht kommen. [4]

Aufgabe 3

3.0 In einem kartesischen Koordinatensystem des $\mathbb{R}^3$ sind die Geraden

$g : \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ mit $\lambda \in \mathbb{R}$ und $h_a : \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} a \\ a-1 \\ a+1 \end{pmatrix}$ mit $\mu, a \in \mathbb{R}$ gegeben.

3.1 Zeigen Sie, dass die Gerade g und die Geraden h_a keinen gemeinsamen Punkt besitzen. [4]

3.2 Vom Aufpunktes $A(3|\,2|-1)$ der Geraden h_a wird das Lot auf die Gerade g gefällt. Berechnen Sie die Koordinaten des Lotfußpunktes F und den Abstand d des Aufpunktes A von der Gerade g. [5]
(Zur Kontrolle: $F(3|-2|-1)$)

3.3 Weisen Sie nach, dass die Geraden h_a und g für einen passenden Wert des Parameters a echt parallel sind. Ermitteln Sie für diesen Fall die Gleichung der Geraden g*, die man erhält, wenn man die Gerade g an der parallelen Geraden h_a spiegelt. [5]

3.4 Die Punkte A und F (vgl. Aufgabe 3.2) legen zusammen mit dem Koordinatenursprung das Dreieck OAF fest. Berechnen Sie die Maßzahl seines Flächeninhaltes und das Maß des Innenwinkels α beim Punkt A [5]

3.5 Untersuchen Sie, für welche Werte des Parameters a die Vektoren $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OF}$ und der Richtungsvektor der Geraden h_a eine Basis des $\mathbb{R}^3$ bilden. [3]

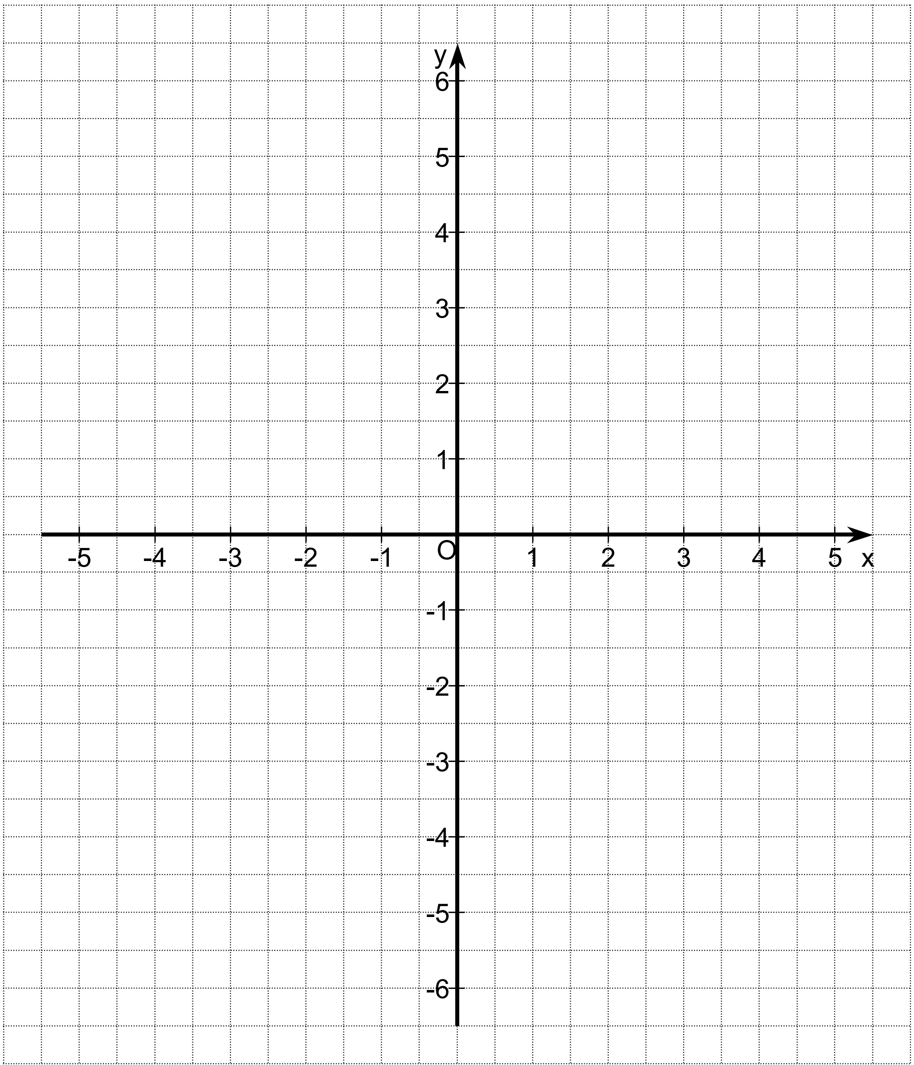
NP

Klasse B12T5
2. Schulaufgabe aus der Mathematik
am 10.02.2012

Name: ....

1.1	1.2	1.3	1.4.1	1.4.2	2	3.1	3.2	3.3	3.4	3.5	Summe
											BE

Zu Aufgabe 1



Zu Aufgabe 2